

مقایسه طول گیرایی در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ایران با آئین نامه بتن آمریکا برای میلگردهای مستقیم تحت کشش در بتن معمولی

محمدحسین اخوان سیگاری یزد^۱

۱- استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه یزد

m.akhavan@yazd.ac.ir

چکیده

در این مقاله، مقایسه بین روابط پیشنهادی برای محاسبه طول گیرایی میلگرد مستقیم تحت کشش در بتن معمولی در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ایران (ویرایش سال ۱۳۹۲) و آئین نامه بتن آمریکا (ویرایش سال ۲۰۱۹ میلادی) انجام شده است. پس از معرفی ضوابط هر یک از این آئین نامه‌ها در خصوص طول گیرایی، پارامترهای موثر در اندازه‌گیری این طول شرح داده شده است. تاثیرات مشابهی برای مقاومت تسلیم میلگرد، مقاومت فشاری بتن، موقعیت میلگردهای افقی، اندود اپوکسی روی میلگرد، قطر میلگرد، استفاده از بتن معمولی یا سبک، فاصله‌ی میلگردهای وصله شونده از یکدیگر و شرایط خاموت گذاری در هر دو آئین نامه در نظر گرفته شده است. در ویرایش جدید آئین نامه‌ی بتن آمریکا ضریب جدیدی تحت عنوان ضریب مقاومت میلگرد مورد استفاده قرار گرفته به نحوی که باعث می‌شود طول گیرایی برای میلگردهای با مقاومت تسلیم بالاتر از ۴۲۰ مگا پاسکال با یک ضریب بزرگتر از یک نسبت به میلگردهای کم مقاومت تر افزایش پیدا کند.

در ادامه برای میلگردهای رایج مورد استفاده در کشور ایران و سه مقاومت فشاری متعارف برای بتن، طول گیرایی بر اساس ضوابط دو آئین نامه محاسبه و ارائه شده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد در صورت استفاده از میلگردهای با حداکثر مقاومت تسلیم ۴۲۰ مگا پاسکال، طول گیرایی پیشنهادی در هر دو آئین نامه برای بتن معمولی کاملاً بر هم منطبق است اما برای میلگردهای پر مقاومت تر طول گیرایی پیشنهادی آئین نامه بتن آمریکا با توجه به وجود ضریب مقاومت میلگرد در رابطه‌ی پیشنهادی آن آئین نامه بیشتر است و این افزایش طول برای میلگرد رده‌ی S۵۲۰ حدود ۱۵٪ است. با توجه به مطالعات آزمایشگاهی جدید به نظر می‌رسد افزایش طول گیرایی برای میلگردهای پر مقاومت در ویرایش‌های بعدی مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ایران نیز می‌بایست مورد توجه قرار گیرد.

کلمات کلیدی: طراحی سازه‌های بتن مسلح، طول گیرایی، مقایسه‌ی آئین نامه‌ای، میلگرد پر مقاومت

۱. مقدمه

در زمان طراحی یک عضو بتن مسلح به روش حالت حدی مقاومت فرض می‌شود تنش در میلگردهای کششی در مقطع بحرانی تنها در یک لحظه به مقدار تسلیم نمی‌رسد بلکه پیش‌بینی می‌شود تنش تسلیم در طولی از میلگرد همزمان با ازدیاد طول و شکل‌گیری رفتار پلاستیک وجود داشته باشد و این تنش در طول مشخصی از راه اتصال بین بتن و میلگرد قابل تبادل باشد. اگر تنش در میلگرد به سطح تنش تسلیم برسد، طول گیرایی حداقلی از میلگرد در هر سمت از مقطع بحرانی یا نقطه‌ی حداکثر تنش در داخل بتن لازم است. آئین‌نامه‌های طراحی این طول حداقل را تحت عنوان طول گیرایی تعریف می‌کنند که لازم است میلگرد مستقیم حداقل به اندازه‌ی این طول داخل بتن قرار گیرد تا امکان دستیابی به تنش تسلیم در میلگرد فراهم شود [۱]. آئین‌نامه‌های کشورهای مختلف روابط متفاوتی برای کفایت طول گیرایی میلگردها تعریف می‌کنند [۲ و ۳]. این روابط بر مبنای مطالعات آزمایشگاهی بدست آمده و اغلب این آزمایش‌ها بر روی میلگردهای مقاومت پایین انجام شده است [۴].

از آنجا که در کشور ایران طراحی سازه‌های بتن مسلح بر اساس هر دو آئین‌نامه مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و آئین‌نامه بتن آمریکا مورد قبول تلقی می‌شود، در این مقاله ضوابط آخرین ویرایش این دو آئین‌نامه، ویرایش سال ۱۳۹۲ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان که از این به بعد مبحث نهم نامیده می‌شود و ویرایش سال ۲۰۱۹ میلادی آئین‌نامه‌ی ACI-۳۱۸ که از این به بعد آئین‌نامه بتن آمریکا خوانده می‌شود با یکدیگر مقایسه شده است.

۲. ضوابط آئین‌نامه‌ای

۲.۱. مبحث نهم [۲]

بر اساس ضوابط مبحث نهم، طول گیرایی یک میلگرد در کشش، l_d ، باید حداقل برابر با مقدار حاصل از رابطه زیر باشد و در هر حال نباید کمتر از ۳۰۰ میلی‌متر اختیار شود.

$$l_d = \left[\frac{0.86 f_{yd}}{\sqrt{f_{cd}}} \frac{\alpha \beta \gamma \lambda}{\left(\frac{c + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b \quad (1)$$

که در آن، f_{yd} مقاومت محاسباتی فولاد، f_{cd} مقاومت محاسباتی بتن، α ضریب موقعیت میلگرد، β ضریب اندود میلگرد، γ ضریب قطر میلگرد، λ ضریب نوع بتن، c ضریب فاصله‌ی میلگردها از یکدیگر و از رویه‌ی قطعه، k_{tr} ضریب مقدار آرماتور عرضی در طول گیرایی و d_b قطر میلگرد است.

مقادیر f_{yd} و f_{cd} به ترتیب برابر با $\phi_s f_y$ و $\phi_c f_c$ است که در آن ϕ_s و ϕ_c به ترتیب ضرایب جزئی ایمنی فولاد و بتن و f_y و f_c به ترتیب مقاومت مشخصه فولاد و مقاومت فشاری مشخصه بتن است. از آنجا که غالب سازه‌های بتن مسلح در ایران به صورت درجا اجرا می‌شوند، مقادیر پیشنهادی ضرایب ϕ_s و ϕ_c به ترتیب برابر با ۰/۸۵ و ۰/۶۵ است.

مقدار α برای میلگردهای افقی که حداقل ۳۰۰ میلی‌متر بتن تازه در زیر آنها در ناحیه طول گیرایی ریخته می‌شود برابر با ۱/۳ و برای سایر میلگردها برابر با یک است. β برای میلگردهای متعارفی که اندود اپوکسی ندارند برابر با یک است. γ برای میلگردهای با قطر کمتر یا مساوی ۲۰ میلی‌متر برابر با ۰/۸ و برای میلگردهای با قطر بیش از ۲۰ میلی‌متر برابر با یک است. از آنجا که به صورت معمول در ایران بتن معمولی و نه بتن سبک مورد استفاده قرار می‌گیرد، مقدار λ نیز برابر با یک در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبه‌ی دقیق عبارت $c+k_{tr}/d_b$ لازم است فاصله‌ی مرکز تا مرکز میلگردها، فاصله مرکز میلگردها تا رویه‌ی بتن و مشخصات خاموت گذاری در محل وصله‌ی میلگردها شامل سایز و فاصله‌ی میلگردهای عرضی مشخص شود که با توجه به تنوع این مقادیر در مقاطع مختلف، مبحث نهم اجازه می‌دهد مقدار ۱/۵ برای حالت‌های متعارف در نظر گرفته شود.

۲,۲. آئین نامه بتن آمریکا [۳]

بر اساس ضوابط آئین نامه بتن آمریکا، طول گیرایی یک میلگرد در کشش، l_d ، باید حداقل برابر با مقدار حاصل از رابطه ارائه شده در زیر باشد و در هر حال نباید کمتر از ۳۰۰ میلی متر اختیار شود.

$$l_d = \left[\frac{f_y}{1.25 \sqrt{f'_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \psi_g}{\left(\frac{c + k_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b \quad (2)$$

که در آن، f'_c مقاومت فشاری مشخصه بتن، ψ_t ضریب موقعیت میلگرد، ψ_e ضریب اندود میلگرد، ψ_s ضریب قطر میلگرد و ψ_g ضریب مقاومت میلگرد است.

مقدار ψ_t برای میلگردهای افقی که حداقل ۳۰۰ میلی متر بتن تازه در زیر آن‌ها در ناحیه طول گیرایی ریخته می‌شود برابر با ۱/۳ و برای سایر میلگردها برابر با یک است. ψ_e برای میلگردهای متعارفی که اندود اپوکسی ندارند یا میلگردهای گالوانیزه برابر با یک است. ψ_s برای میلگردهای با قطر کمتر یا مساوی ۱۹ میلی متر برابر با ۰/۸ و برای میلگردهای با قطر بیشتر یا مساوی ۲۲ میلی متر برابر با یک است. ψ_g برای میلگرد با مقاومت تسلیم ۲۸۰ و ۴۲۰ مگا پاسکال برابر با یک، برای میلگرد با مقاومت تسلیم ۵۶۰ مگا پاسکال برابر با ۱/۱۵ و برای میلگرد با مقاومت تسلیم ۷۰۰ مگا پاسکال برابر با ۱/۳ است. سایر پارامترها مشابه با بحث نهم تعریف شده و مجدداً برای محاسبه عبارت پیچیده $c+k_{tr}/d_b$ می‌توان از مقدار ۱/۵ استفاده کرد.

۳,۲. مقایسه کیفی آئین نامه‌ها

همانطور که مشاهده می‌شود در روابط پیشنهادی هر دو آئین نامه، طول گیرایی با مقاومت فولاد نسبت مستقیم و با جذر مقاومت فشاری بتن نسبت عکس دارد. در هر دو آئین نامه، استفاده از بتن سبک به جای بتن معمولی طول گیرایی را افزایش می‌دهد؛ باید توجه داشت در بحث نهم، ضریب نوع بتن برای بتن سبک عددی بزرگتر از یک (۱/۳) و در آئین نامه بتن آمریکا عددی کوچکتر از یک (۰/۷۵) است و تاثیر استفاده از بتن سبک در هر دو مورد به یکدیگر نزدیک است. جمله $c+k_{tr}/d_b$ نیز در هر دو مورد عیناً مشاهده می‌شود. ضریب موقعیت میلگرد نیز در هر دو آئین نامه کاملاً مشابه است و در صورت استفاده از میلگردهای متعارفی که اندود اپوکسی ندارند، ضریب اندود به صورت مشابه برابر با یک منظور می‌شود.

ضریب قطر میلگرد در هر دو آئین نامه تعریف مشابهی دارد با این تفاوت که در آئین نامه بتن آمریکا میلگرد با قطر ۲۰ میلی متر در هیچ یک از دو دسته اشاره شده در آئین نامه قرار نمی‌گیرد لذا به نظر می‌رسد لازم است در جهت اطمینان برای آن ضریب قطر را برابر با یک منظور کرد. تفاوت عمده‌ای که در ویرایش جدید آئین نامه بتن آمریکا اعمال شده، استفاده از ضریب مقاومت میلگرد است. تحقیقات نشان داده با افزایش مقاومت میلگرد، طول گیرایی نه به صورت خطی که با شیبی بیش از آن افزایش پیدا می‌کند لذا لازم است از ضریب افزایشی برای میلگردهای پر مقاومت استفاده شود [۵-۷]

۳. محاسبات عددی

در کشور ایران، میلگردهایی که به صورت رایج در طرح و ساخت سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از S۳۴۰، S۴۰۰ و در سالیان اخیر S۵۲۰. از آنجا که مقاومت فشاری مشخصه بتن مصرفی در محاسبه طول گیرایی اثرگذار است در این مطالعه سه مقاومت فشاری ۲۰، ۲۵ و ۳۰ مگا پاسکال برای محاسبه طول گیرایی و مقایسه‌ی نتایج استفاده می‌شود. در جداول ۱ تا ۹، طول گیرایی برای سازه‌های متفاوت میلگرد محاسبه و گزارش شده است. برای مقایسه‌ی راحت‌تر، در این محاسبات بتن معمولی در نظر گرفته شده و ضریب موقعیت و اندود میلگرد برابر با یک در نظر گرفته شده است؛ همچنین مقدار عبارت $c+k_{tr}/d_b$ به توصیه‌ی آئین نامه‌ها برای شرایط متعارف برابر با ۱/۵ منظور شده است. برای میلگرد S۵۲۰ در محاسبات بر مبنای آئین نامه بتن آمریکا از ضریب ۱/۱۵ برای ضریب مقاومت میلگرد استفاده شده است.

جدول ۱- طول گیرایی برای میلگرد S۳۴۰ در بتن با مقاومت فشاری ۲۰ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۰۰	۳۶۸	۴۴۱	۵۱۵	۵۸۸	۶۶۲	۹۱۹	۱۰۱۱	۱۱۴۹	۱۲۸۷	۱۳۷۹	۱۴۷۱
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۰۰	۳۰۰	۳۶۹	۴۴۲	۵۱۶	۵۹۰	۶۶۴	۹۲۲	۱۰۱۴	۱۱۵۲	۱۲۹۰	۱۳۸۲	۱۴۷۴

جدول ۲- طول گیرایی برای میلگرد S۳۴۰ در بتن با مقاومت فشاری ۲۵ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۰۰	۳۲۹	۳۹۵	۴۶۰	۵۲۶	۵۹۲	۸۲۲	۹۰۴	۱۰۲۸	۱۱۵۱	۱۲۳۳	۱۳۱۵
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۰۰	۳۰۰	۳۳۰	۳۹۶	۴۶۲	۵۲۸	۵۹۳	۸۲۴	۹۰۷	۱۰۳۰	۱۱۵۴	۱۲۳۶	۱۳۱۹

جدول ۳- طول گیرایی برای میلگرد S۳۴۰ در بتن با مقاومت فشاری ۳۰ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰	۳۶۰	۴۲۰	۴۸۰	۵۴۰	۷۵۰	۸۲۵	۹۳۸	۱۰۵۱	۱۱۲۶	۱۲۰۱
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۱	۳۶۱	۴۲۱	۴۸۲	۵۴۲	۷۵۲	۸۲۸	۹۴۱	۱۰۵۳	۱۱۲۹	۱۲۰۴

جدول ۴- طول گیرایی برای میلگرد S400 در بتن با مقاومت فشاری ۲۰ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۴۶	۴۳۳	۵۱۹	۶۰۶	۶۹۲	۷۷۹	۱۰۸۱	۱۱۸۹	۱۳۵۲	۱۵۱۴	۱۶۲۲	۱۷۳۰
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۰۰	۳۴۷	۴۳۴	۵۲۰	۶۰۷	۶۹۴	۷۸۱	۱۰۸۴	۱۱۹۳	۱۳۵۵	۱۵۱۸	۱۶۲۶	۱۷۳۵

جدول ۵- طول گیرایی برای میلگرد S۴۰۰ در بتن با مقاومت فشاری ۲۵ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۰۹	۳۸۷	۴۶۴	۵۴۲	۶۱۹	۶۹۶	۹۶۷	۱۰۶۴	۱۲۰۹	۱۳۵۴	۱۴۵۱	۱۵۴۷
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۰۰	۳۱۰	۳۸۸	۴۶۵	۵۴۳	۶۲۱	۶۹۸	۹۷۰	۱۰۶۷	۱۲۱۲	۱۳۵۸	۱۴۵۵	۱۵۵۲

جدول ۶- طول گیرایی برای میلگرد S۴۰۰ در بتن با مقاومت فشاری ۳۰ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۰۰	۳۵۳	۴۲۴	۴۹۴	۵۶۵	۶۳۶	۸۸۳	۹۷۱	۱۱۰۴	۱۲۳۶	۱۳۲۴	۱۴۱۳
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۰۰	۳۰۰	۳۵۴	۴۲۵	۴۹۶	۵۶۷	۶۳۷	۸۸۵	۹۷۴	۱۱۰۷	۱۲۳۹	۱۳۲۸	۱۴۱۶

جدول ۷- طول گیرایی برای میلگرد S۵۲۰ در بتن با مقاومت فشاری ۲۰ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۳۷	۴۵۰	۵۶۲	۶۷۵	۷۸۷	۹۰۰	۱۰۱۲	۱۴۰۶	۱۵۴۶	۱۷۵۷	۱۹۶۸	۲۱۰۹	۲۲۴۹
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۸۹	۵۱۹	۶۴۸	۷۷۸	۹۰۸	۱۰۳۷	۱۱۶۷	۱۲۹۷	۱۴۲۶	۱۶۲۱	۱۸۱۵	۱۹۴۵	۲۰۷۵

جدول ۸- طول گیرایی برای میلگرد S۵۲۰ در بتن با مقاومت فشاری ۲۵ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۲	۴۰۲	۵۰۳	۶۰۳	۷۰۴	۸۰۵	۹۰۵	۱۲۵۷	۱۳۸۳	۱۵۷۲	۱۷۶۰	۱۸۸۶	۲۰۱۲
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۴۸	۴۶۴	۵۸۰	۶۹۶	۸۱۲	۹۲۸	۱۰۴۴	۱۱۶۰	۱۲۷۶	۱۴۵۰	۱۶۲۴	۱۷۴۰	۱۸۵۶

جدول ۹- طول گیرایی برای میلگرد S۵۲۰ در بتن با مقاومت فشاری ۳۰ مگا پاسکال

قطر میلگرد (mm)	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲
طول بر اساس مبحث نهم	۳۰۰	۳۶۷	۴۵۹	۵۵۱	۶۴۳	۷۳۵	۸۲۶	۱۱۴۸	۱۲۶۳	۱۴۳۵	۱۶۰۷	۱۷۲۲	۱۸۳۶
گیرایی بر اساس آئین نامه بتن آمریکا (mm)	۳۱۸	۴۲۳	۵۲۹	۶۳۵	۷۴۱	۸۴۷	۹۵۳	۱۰۵۹	۱۱۶۵	۱۳۲۳	۱۴۸۲	۱۵۸۸	۱۶۹۴

همانطور که مقادیر جداول ۱ تا ۹ نشان می‌دهند، محاسبه‌ی طول گیرایی بر اساس مبحث نهم تا زمانی که میلگرد مورد استفاده از نوع S۳۴۰ یا S۴۰۰ باشد کاملاً منطبق بر مقادیر پیشنهادی در آئین‌نامه بتن آمریکا است و در تمامی موارد اختلافی کمتر از یک درصد با آن دارد اما زمانی که از میلگردهای با مقاومت ۵۲۰ مگا پاسکال استفاده شود، بین مقادیر اختلاف ۱۵٪ مشاهده می‌شود و آئین‌نامه بتن آمریکا طول گیرایی بلندتری را پیشنهاد می‌کند.

۴. جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، نحوه‌ی محاسبه‌ی طول گیرایی میلگردهای مستقیم در کشش در آخرین ویرایش مقررات ملی ساختمان ایران با آخرین ویرایش آئین‌نامه بتن آمریکا مورد مقایسه قرار گرفت. در ابتدا رابطه‌ی مورد استفاده در هر یک از دو آئین‌نامه و پارامترهای موثر بر آن معرفی شد. در ادامه برای انواع میلگردهایی که به صورت متعارف در طراحی و اجرای سازه‌ها در ایران مورد استفاده قرار می‌گیرند و برای مقادیر متفاوت مقاومت فشاری بتن این طول در دو آئین‌نامه محاسبه شد. نتایج محاسبات نشان می‌دهد برای میلگردهای با مقاومت ۳۴۰ و ۴۰۰ مگا پاسکال که میلگردهای رایج سازه‌ای هستند، طول

گیرایی پیشنهادی دو آئین‌نامه منطبق بر هم است و اختلافی کمتر از یک درصد دارد اما برای میلگردهای با مقاومت ۵۲۰ مگا پاسکال، ضریب مقاومت میلگرد پیشنهاد شده در آئین‌نامه بتن آمریکا باعث می‌شود طول گیرایی محاسبه شده در این آئین‌نامه حدود ۱۵٪ بیشتر از مقادیر پیشنهادی در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ایران باشد. لذا می‌توان نتیجه‌گیری کرد همانطور که آزمایش‌های انجام شده روی میلگردهای پر مقاومت نشان داده، برای مهار این میلگردها نیاز به در نظر گرفتن طول گیرایی بیشتری است که این موضوع می‌تواند در ضوابط ویرایش بعدی مبحث نهم مقررات ملی ساختمان نیز در نظر گرفته شود.

۵. مراجع

[۱] Darwin, D. (۲۰۰۵). "Tension Development Length and Lap Splice Design for Reinforced Concrete Members". Progress in Structural Engineering and Materials, Vol ۷(۴), pp ۲۱۰-۲۲۵.

[۲] دفتر مقررات ملی ساختمان وزارت راه و شهرسازی. (۱۳۹۲). "مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، طرح و اجرای ساختمان‌های بتن آرمه".

[۳] ACI Committee ۳۱۸. (۲۰۱۹), "Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete". American Concrete Institute. Farmington Hills, MI, USA.

[۴] Saleem, M. A., Mirmiran, A., Xis, J., Mackie, K. (۲۰۱۳). "Development Length of High-Strength Steel Rebar in Ultrahigh Performance Concrete". Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 25, pp 991-998.

[۵] Orangun, C. O., Jirsa, J. O., Breen, J. E. (۱۹۷۷). "A Reevaluation of Test Data on Development Length and Splices". ACI Journal Proceedings, Vol. ۷۴(۳), pp ۱۱۴-۱۲۲.

[۶] Canbey, E., Frosch, R. J. (۲۰۰۵). "Bond Strength of Lap-Spliced Bars". ACI Structural Journal, Vol. ۱۰۲(۴), pp ۶۰۵-۶۱۴.

[۷] Azizinamini, A., Chisala, M., and Ghosh, S. K. (۱۹۹۵). "Tension Development Length of Reinforcing Bars Embedded in High-Strength Concrete," Engineering Structures, Vol. ۱۷(۷), pp. 512-522.